

L'énergie d'un système

Lorsqu'on adopte un point de vue macroscopique, on définit communément un objet physique A par la partie de l'espace géométrique qu'il occupe, son volume intérieur noté ici \mathcal{D}_A , ou par la surface fermée qui délimite cet espace, notée $\partial\mathcal{D}_A$ (la frontière de \mathcal{D}_A , voir Fig. 1). Une telle définition sous-entend que l'univers est découpé en trois objets physiques :

- A ,
- l'extérieur de A , noté \bar{A} ,
- l'interface entre A et \bar{A} , notée I .

On associe une énergie à chacun de ces trois objets, \mathcal{E}_A pour A , $\mathcal{E}_{\bar{A}}$ pour \bar{A} , et \mathcal{E}_I pour I . Ces trois énergies sont des fonctions du temps t : à deux dates différentes l'énergie de A aura potentiellement des valeurs différentes. Lorsque l'on souhaite indiquer que l'on parle de l'énergie de A à une date t donnée, on écrit $\mathcal{E}_A(t)$. Si la précision n'est pas nécessaire on omet cette dépendance à t et on utilise la notation générique \mathcal{E}_A , mais de façon implicite cela sous-entend que \mathcal{E}_A ne prendra vraiment son sens d'observable physique, ne sera mesurable, que lorsque l'on aura précisé de quelle date il est question (à quelle date on souhaite mesurer l'énergie de A). Pour indiquer cette double notation, c'est à dire le fait que l'on écrit \mathcal{E}_A pour $\mathcal{E}_A(t)$ sans préciser la date, on utilise le symbole \equiv , soit

$$\mathcal{E}_A \equiv \mathcal{E}_A(t) \quad (1)$$

De même on utilise cette double notation pour les énergies de \bar{A} et I :

$$\mathcal{E}_{\bar{A}} \equiv \mathcal{E}_{\bar{A}}(t) \quad (2)$$

et

$$\mathcal{E}_I \equiv \mathcal{E}_I(t) \quad (3)$$

Commentaire 1 - Point de vue macroscopique

Dans la littérature de physique, le mot *macroscopique* est employé avec des sens très différents. Initialement, il s'opposait à *microscopique* pour préciser une échelle descriptive : macroscopique pour la grande échelle et microscopique pour la petite échelle. Mais très rapidement ces adjectifs ont aussi été employés pour préciser la façon de décrire le système, indépendamment de son échelle. On peut décider de décrire un système de très grande dimension, par exemple un volume de gaz, avec comme objectif de comprendre ses propriétés à l'échelle système, donc sans intérêt particulier pour la petite échelle, et pourtant choisir de faire cette description en caractérisant les positions, les vitesses, les états de vibration, de rotation, de chacune des molécules une à une. Dans un tel cas, on pourra dire que l'on adopte un point de vue microscopique (choix de modélisation) pour décrire un objet macroscopique (dimension). Dans la physique des transferts thermiques que nous travaillons ici, certains objets d'étude sont de "petite" taille (une molécule de CO₂ contribuant à l'effet de serre dans l'atmosphère, une fibre dans une laine isolante, l'élément géométrique de base dans un milieu poreux) et certains de "grande" taille (une couche d'atmosphère d'un kilomètre d'épaisseur, une couche de laine de verre de quelques centimètres, une couche de béton). Mais la taille aura peu d'importance par rapport au choix du *modèle*, c'est à dire peu d'importance par rapport à la *façon de décrire et de penser* les phénomènes physique. Dans un premier temps, nous adopterons systématiquement une logique de modélisation de type macroscopique. Nous préciserons ce que ce point de vue implique à chaque étape (concept de densité, hypothèse du grand nombre, description statistique, etc). Pour l'instant, comme conséquence de ce choix de modélisation (une pensée macroscopique), on peut seulement retenir que

- chaque système est défini par son interface avec "l'extérieur" ;

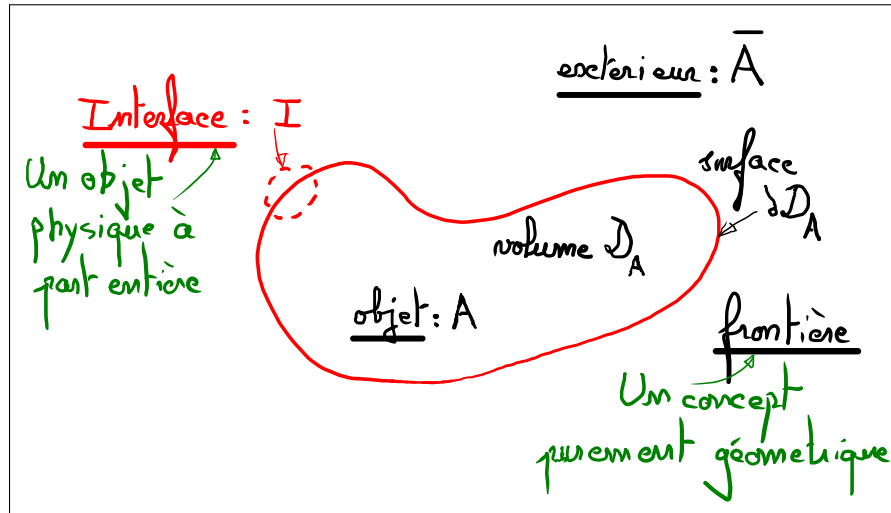


FIGURE 1 – Un objet physique A de frontière $\partial \mathcal{D}_A$, son extérieur \bar{A} et l'interface I .

— cette interface est un objet physique en tant que tel.

Commentaire 2 - Énergie d'interface

L'énergie associée à l'interface est souvent négligeable car elle est très faible par rapport à celles des zones qu'elle sépare. Dans ce cas, on peut considérer l'interface comme seulement une frontière entre A et son extérieur, sans effet physique important. Mais ce n'est pas toujours vrai. Par exemple une gouttelette d'eau, comme un ballon de baudruche, prend une forme sphérique à cause de la tension et de l'énergie sur son interface. Dans ces cas cette énergie est bien réelle et joue un rôle important. Elle est expliquée par la théorie des tensions superficielles aux interfaces liquide-gaz. Un autre exemple de système physique où l'on doit tenir compte de l'interface est celui du rayonnement à la frontière entre un solide opaque et un fluide transparent. Si on imagine du rayonnement visible (de la lumière) ou invisible (par exemple dans l'infrarouge) qui passe d'un matériau à un autre avec des propriétés différentes, il est important d'expliquer de façon spécifique ce qu'il se passe à l'interface et de le prendre en compte. En effet, si le matériau que rencontre le rayonnement est opaque (le rayonnement ne peut pas le traverser) alors une partie de l'énergie portée par le rayonnement (la partie qui n'est pas réfléchiée) sera absorbée à l'interface exactement. On devra donc tenir compte de cette énergie d'interface

Conservation de l'énergie et concept de flux

Le premier principe de la Thermodynamique pose alors que la somme $\mathcal{E}_A + \mathcal{E}_{\bar{A}} + \mathcal{E}_I$ est invariante dans le temps : on parle de *conservation de l'énergie* au sens où, quelques soient les transformations envisagées, l'énergie se conserve dans l'univers.

On peut donc écrire qu'entre deux instants t_i et t_f

$$\mathcal{E}_A(t_f) + \mathcal{E}_{\bar{A}}(t_f) + \mathcal{E}_I(t_f) = \mathcal{E}_A(t_i) + \mathcal{E}_{\bar{A}}(t_i) + \mathcal{E}_I(t_i) \quad (4)$$

ou encore, en notant $\mathcal{E}_{A+I} = \mathcal{E}_A + \mathcal{E}_I$,

$$\mathcal{E}_{A+I}(t_f) - \mathcal{E}_{A+I}(t_i) = -[\mathcal{E}_{\bar{A}}(t_f) - \mathcal{E}_{\bar{A}}(t_i)] \quad (5)$$

Si le système $A + I$ gagne de l'énergie entre t_i et t_f , alors \bar{A} perd la même quantité d'énergie pendant la même période et réciproquement : $A + I$ et \bar{A} *échangent* de l'énergie de sorte que l'univers $A + I + \bar{A}$ reste à énergie constante.

Selon le principe de localité, tout échange d'énergie entre $A + I$ et \bar{A} passe par la frontière $\partial\mathcal{D}_A$: il n'y a pas d'échange instantané d'énergie entre un point à l'intérieur de \mathcal{D}_A et un point à l'extérieur. Les échanges entre $A + I$ et \bar{A} sont donc des échanges à travers $\partial\mathcal{D}_A$ et il va être possible de comprendre comment \mathcal{E}_{A+I} change de valeur entre les instants t_i et t_f en ne regardant que la frontière $\partial\mathcal{D}_A$ et en comptant l'énergie traversant cette frontière pendant l'intervalle de temps : c'est cet objectif qui conduit à la définition du concept de *flux d'énergie*.

Un flux d'énergie est toujours un flux d'énergie *à travers une surface donnée*. On notera par exemple $\phi_{\partial\mathcal{D}_A}(t)$ le flux d'énergie à travers $\partial\mathcal{D}_A$ à l'instant t . De façon très abstraite dans un premier temps, la définition de cet objet est la suivante : $\phi_{\partial\mathcal{D}_A}$ est la fonction du temps (unique) qui assure que quelque soient deux instants t_i et t_f (avec $t_i < t_f$), l'intégrale de $\phi_{\partial\mathcal{D}_A}$ est égale à la variation d'énergie de $A + I$ entre t_i et t_f , soit

$$\forall t_i < t_f \quad \mathcal{E}_{A+I}(t_f) - \mathcal{E}_{A+I}(t_i) = \int_{[t_i, t_f]} \phi_{\partial\mathcal{D}_A}(t) dt \quad (6)$$

Une autre façon de dire la même chose est la suivante : si dt est un petit interval de temps (infinitésimal), alors $\phi_{\partial\mathcal{D}_A}(t)dt$ est la quantité d'énergie ayant traversé la surface $\partial\mathcal{D}_A$ pendant dt à partir de t (i.e. entre les instants t et $t + dt$), soit

$$\phi_{\partial\mathcal{D}_A}(t)dt = \mathcal{E}_{A+I}(t + dt) - \mathcal{E}_{A+I}(t) \quad (7)$$

L'équation 6 n'est rien d'autre que l'équation 7 sommée sur tous les dt couvrant l'intervalle $[t_i, t_f]$, le symbole intégral \int signifiant simplement cette somme sur tous les dt , la somme des accroissements d'énergie $\mathcal{E}_{A+I}(t + dt) - \mathcal{E}_{A+I}(t)$ sur tous les t donnant l'accroissement total $\mathcal{E}_{A+I}(t_f) - \mathcal{E}_{A+I}(t_i)$. Nous aurons beaucoup l'occasion de travailler ces écritures intégrales et d'en approfondir le sens physique, mais nous pouvons déjà retenir que l'équation 6 se lit "la variation totale de l'énergie de $A + I$ sur l'intervalle de temps $[t_i, t_f]$ est égale la somme des énergies traversant la frontière sur chaque sous-intervalle de temps élémentaire".

En notant $d\mathcal{E}_{A+I} = \mathcal{E}_{A+I}(t + dt) - \mathcal{E}_{A+I}(t)$ et $d\mathcal{E}_{\bar{A}} = \mathcal{E}_{\bar{A}}(t + dt) - \mathcal{E}_{\bar{A}}(t)$, on peut résumer l'ensemble de ces raisonnements reliant le flux à travers la frontière aux variations de l'énergie du système, ou de son extérieur, à la petite échelle de temps (l'échelle différentielle) ou à la grande échelle (celle de l'intervalle de temps considéré), avec les quatre équations suivantes (qu'il est utile d'apprendre à lire avec un peu de confort) :

$$\begin{aligned} \phi_{\partial\mathcal{D}_A}(t)dt &= \mathcal{E}_{A+I}(t + dt) - \mathcal{E}_{A+I}(t) = -[\mathcal{E}_{\bar{A}}(t + dt) - \mathcal{E}_{\bar{A}}(t)] \\ \phi_{\partial\mathcal{D}_A} dt &= d\mathcal{E}_{A+I} = -d\mathcal{E}_{\bar{A}} \\ \phi_{\partial\mathcal{D}_A} &= \frac{d\mathcal{E}_{A+I}}{dt} = -\frac{d\mathcal{E}_{\bar{A}}}{dt} \\ \int_{[t_i, t_f]} \phi_{\partial\mathcal{D}_A}(t)dt &= \mathcal{E}_{A+I}(t_f) - \mathcal{E}_{A+I}(t_i) = -[\mathcal{E}_{\bar{A}}(t_f) - \mathcal{E}_{\bar{A}}(t_i)] \end{aligned} \quad (8)$$

Exemple Prenons un corps humain qui ne s'alimenterait pas et qui perdrait, à chaque instant de la journée (perte constante), environ une centaine de Joule par seconde ($100J/s$), c'est à dire cent Watt ($100 W$). Avec nos notations, A est ici le corps humain et ces $-100 W$ (le signe moins signifie que c'est une perte) sont le flux $\phi_{\partial\mathcal{D}_A}$ à travers la frontière du corps humain (la peau, la limite de la bouche). Pendant un interval de temps dt , le corps humain perd $\phi_{\partial\mathcal{D}_A}dt$. Entre un instant t_i et un instant t_f il perd $\int_{[t_i, t_f]} \phi_{\partial\mathcal{D}_A} dt$. Comme nous avons supposé que le flux était constant ($\phi_{\partial\mathcal{D}_A}$ vaut $-100 W$ à chaque instant t),

$$\int_{[t_i, t_f]} \phi_{\partial\mathcal{D}_A} dt = \phi_{\partial\mathcal{D}_A} \int_{[t_i, t_f]} dt = \phi_{\partial\mathcal{D}_A} (t_f - t_i) \quad (9)$$

Si $t_f - t_i$ correspond à $24h$, c'est à dire $t_f - t_i = 86400s$, cette énergie traversant la frontière est $\phi_{\partial\mathcal{D}_A}(t_2 - t_1) = 100 * 86400 = 8640000J$. La conservation de l'énergie nous dit que cette énergie traversant la frontière se retrouve dans le fait que l'énergie du corps humain et de son interface a baissé de la même quantité entre l'instant initial et l'instant final :

$$\mathcal{E}_{A+I}(t_f) - \mathcal{E}_{A+I}(t_i) = -8640000J \quad (10)$$

soit $8640000/4184 = 2065$ kilo-calorie (une calorie correspond à $4.184J$, une kilo-calorie à $4184J$). Ce résultat, soit 2065 kilo-calorie, est de l'ordre de l'énergie apportée typiquement par l'alimentation humaine.

Commentaire 1 - Flux d'énergie en régime stationnaire

On dit qu'un système est en régime stationnaire si toutes les grandeurs le caractérisant sont indépendantes du temps. Ici si le système est en régime stationnaire, alors \mathcal{E}_{A+I} est indépendant du temps et sa dérivée temporelle (sa variation dans le temps) est donc nulle :

$$\frac{d\mathcal{E}_{A+I}}{dt} = 0 \quad (11)$$

Par conséquent le flux à travers $\partial\mathcal{D}_A$ est nul. On peut donc retenir que le flux à travers une surface fermée est nul en régime stationnaire. Mais il sera important de garder en tête le fait qu'il s'agit du flux à travers l'ensemble de la surface. En régime stationnaire, il est tout à fait possible que le flux soit non nul, positif, à travers une partie de la surface, et soit non nul également, mais négatif, à travers le reste de la surface, et qu'au total ces flux positifs et négatifs se compensent exactement pour donner $\phi_{\partial\mathcal{D}_A} = 0$.

Prenons l'exemple des murs en béton formant l'enveloppe d'une maison (le système A est l'ensemble du béton) et supposons que la température intérieure et la température extérieure soient des constantes (chauffage en continu, pas de fluctuation météorologique). La surface $\partial\mathcal{D}_A$ est composée de deux parties : la surface du béton donnant vers l'intérieur et la surface du béton donnant vers l'extérieur. Le béton est situé entre les deux. Si on est en régime stationnaire, il y aura un flux d'énergie rentrant dans le béton du côté intérieur (la pièce est chauffée) et un flux d'énergie sortant du béton du côté extérieur (l'air extérieur froid refroidit le mur), mais ces deux flux se compenseront exactement pour donner $\phi_{\partial\mathcal{D}_A} = 0$.

Aide 1 - Fonctions / dérivation / intégration

Le concept de *fonction* tient une place essentielle dans la physique que nous abordons. Les lecteurs pour qui ce concept n'est pas du tout familier gagneront beaucoup à le travailler collectivement, "autour d'un tableau", afin de mieux comprendre en quoi ce formalisme permet d'exprimer et de comprendre des idées qui sont au premier plan de la physique des transferts d'énergie. Il existe plusieurs type de fonctions comme les fonctions du temps que nous avons déjà croisé, mais la température par exemple sera aussi une fonction de l'espace (de la position), le rayonnement sera une fonction de la fréquence, etc. Il est bien sûr utile de saisir complètement le sens mathématique de la théorie des fonctions, indépendamment de toute référence à la physique, mais d'une part le sens mathématique seul ne nous suffira pas, et d'autre part le sens physique de ces objets (réussir à penser à une expérience lors de la lecture de chaque symbole) guidera beaucoup votre formation approfondie aux mathématiques, une formation qui restera incontournable lors de la construction des images physiques, lors du travail d'un intuitif quantitatif. Donc il faut travailler les fonctions et il faut travailler le sens des fonctions en physique : aucun besoin de s'entraîner à la jonglerie calculatoire, mais se familiariser avec les écritures et les projeter dans le monde expérimental. Bon courage !

Nous vous aiderons à travailler et à retravailler tout cela en temps utiles, mais au stade actuel le concept de fonction peut s'entendre au sens courant (Fig. 2) : "l'énergie de A est fonction du temps", ce que nous avons traduit formellement par $\mathcal{E}_A \equiv \mathcal{E}_A(t)$. Lorsque nous utiliserons le symbole \equiv de cette façon, cela signifiera que nous n'écrirons pas toujours la dépendance au temps. Nous indiquons donc au lecteur que lorsque \mathcal{E}_A apparaît dans le texte, il faut mentalement

le remplacer par $\mathcal{E}_A(t)$, c'est à dire ne jamais perdre de vue le fait que \mathcal{E}_A est une fonction du temps, que \mathcal{E}_A prend des valeurs différentes à différents instants.

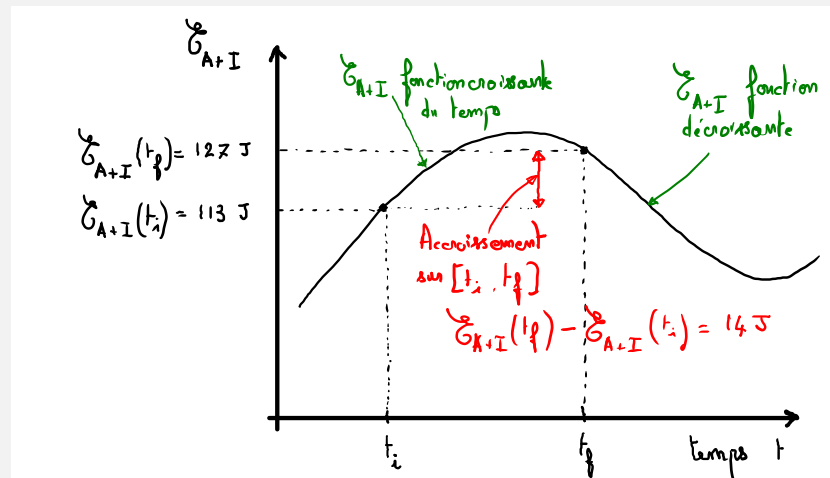


FIGURE 2 – Fonction

Dans l'équation 6, en lien avec le concept de fonction, nous avons utilisé la *différentielle* du temps, notée dt . Cette utilisation est rigoureuse dans la troisième et la quatrième ligne de cette équation, mais elle ne l'est pas dans les deux premières. Ecrire $\mathcal{E}_{A+I}(t + dt) - \mathcal{E}_{A+I}(t)$ n'a pas de sens formel précis, mais nous l'utiliserons pour signifier la différence entre les valeurs de \mathcal{E}_{A+I} à deux instants très proches, l'instant t et l'instant $t + dt$, en admettant donc que dt est "petit". Dans cette manipulation intuitive de la différentielle, dt est même imaginé comme "infiniment petit". On retrouve toute la rigueur du formalisme différentiel si on divise cette différence par dt . On utilise alors la notation $d\mathcal{E}_{A+I} = \mathcal{E}_{A+I}(t + dt) - \mathcal{E}_{A+I}(t)$ pour écrire

$$\frac{d\mathcal{E}_{A+I}}{dt} = \frac{\mathcal{E}_{A+I}(t + dt) - \mathcal{E}_{A+I}(t)}{dt} \quad (12)$$

On parle de la *dérivée* de \mathcal{E}_{A+I} par rapport à t . Cette dérivée est souvent pensée comme la pente de la fonction \mathcal{E}_{A+I} dans sa représentation graphique. La dérivée est positive quand \mathcal{E}_{A+I} augmente avec le temps, négative sinon. Elle a une valeur élevée si \mathcal{E}_{A+I} varie rapidement avec le temps, une valeur faible sinon (voir Fig. 3-gauche). Sa définition rigoureuse passe par une limite : on considère un intervalle de temps ϵ et on regarde le taux d'accroissement de \mathcal{E}_{A+I} entre t et $t + \epsilon$ à la limite où ϵ tend vers zéro :

$$\frac{d\mathcal{E}_{A+I}}{dt} = \frac{\mathcal{E}_{A+I}(t + dt) - \mathcal{E}_{A+I}(t)}{dt} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{E}_{A+I}(t + \epsilon) - \mathcal{E}_{A+I}(t)}{\epsilon} \quad (13)$$

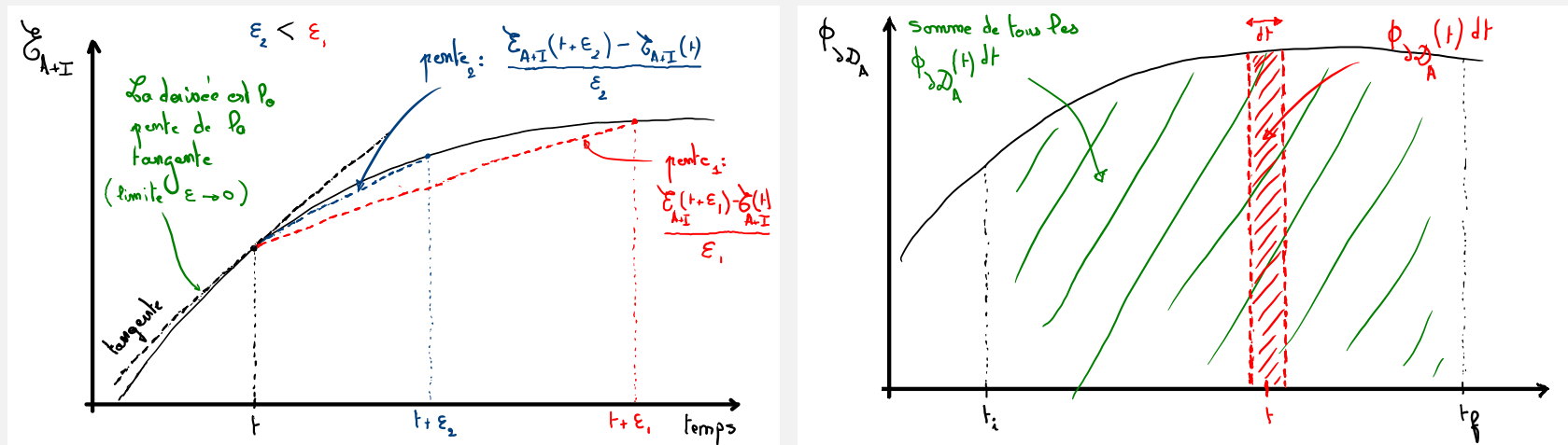


FIGURE 3 – Dérivée et intégrale

La partie encadrée de cette l'Eq. 13 n'est pas rigoureuse, car dt est infiniment petit et la division par "zéro" ne fait sens que comme une limite, mais nous n'hésiterons pas à employer de telles écritures pour construire des images mentales des dérivées des grandeurs physiques. Par exemple, nous écrirons parfois

$$\frac{d\mathcal{E}_{A+I}}{dt} dt = \mathcal{E}_{A+I}(t + dt) - \mathcal{E}_{A+I}(t) \quad (14)$$

Dans l'équation 6 notamment, comme $\phi_{\partial D_A} = \frac{d\mathcal{E}_{A+I}}{dt}$,

$$\phi_{\partial D_A} dt = \mathcal{E}_{A+I}(t + dt) - \mathcal{E}_{A+I}(t) \quad (15)$$

Nous pourrions même aller jusqu'à écrire (ou penser)

$$\begin{aligned} & \phi_{\partial D_A}(t) dt_1 + \phi_{\partial D_A}(t + dt_1) dt_2 + \phi_{\partial D_A}(t + dt_1 + dt_2) dt_3 + \dots \\ &= [\mathcal{E}_{A+I}(t + dt_1) - \mathcal{E}_{A+I}(t)] \\ & \quad + [\mathcal{E}_{A+I}(t + dt_1 + dt_2) - \mathcal{E}_{A+I}(t + dt_1)] \\ & \quad + [\mathcal{E}_{A+I}(t + dt_1 + dt_2 + dt_3) - \mathcal{E}_{A+I}(t + dt_1 + dt_2)] \\ & \quad + \dots \\ &= \mathcal{E}_{A+I}(t + dt_1 + dt_2 + dt_3 + \dots) - \mathcal{E}_{A+I}(t) \end{aligned} \quad (16)$$

On enchaîne alors les accroissements, sur dt_1 , puis sur dt_2 , sur dt_3 , etc. C'est le sens du symbole intégral (rappelant la lettre "S" pour "somme") qui est utilisé dans la dernière ligne de l'équation 6,

$$\int_{[t_i, t_f]} \phi_{\partial D_A} dt \quad (17)$$

qui signifie (Fig. 3-droite) : "on découpe l'intervale de temps $[t_i, t_f]$ en une infinité de petits intervalles dt et on somme toutes les quantités $\phi_{\partial\mathcal{D}_A} dt$ où $\phi_{\partial\mathcal{D}_A} \equiv \phi_{\partial\mathcal{D}_A}(t)$ est pris au temps t correspondant à l'intervale dt (il n'y a qu'une valeur de t dans dt puisque dt est infiniment petit)." En l'occurrence, puisque $\phi_{\partial\mathcal{D}_A} dt = \mathcal{E}_{A+I}(t + dt) - \mathcal{E}_{A+I}(t)$ est l'accroissement de \mathcal{E}_{A+I} sur l'intervale dt , on obtient l'accroissement total sur $[t_i, t_f]$:

$$\int_{[t_i, t_f]} \phi_{\partial\mathcal{D}_A} dt = \mathcal{E}_{A+I}(t_f) - \mathcal{E}_{A+I}(t_i) \quad (18)$$

